## Internationales Studienkolleg der Hochschule Kaiserslautern

**Semester:** Wintersemester 2019/2020

**FSP-Teilprüfung:** Mathematik T2

**Datum:** 02.12.2019

**Dauer:** 90 Minuten

**Prüfer:** Dr. Jens Siebel, Werner Müller, Daniel Nyman, Jörg Wilhelm

### Aufgabe 1

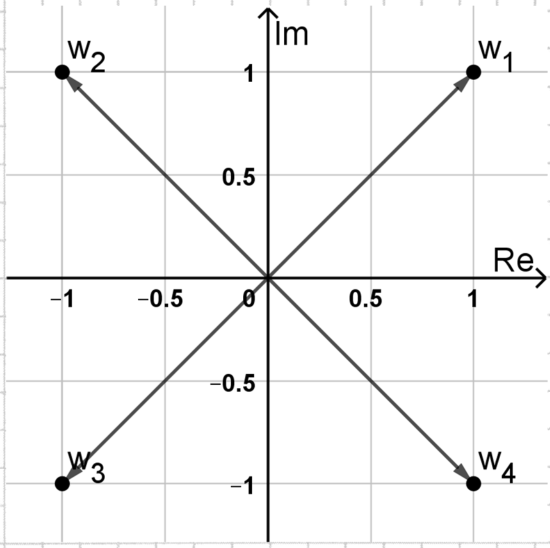
a) Wir haben die komplexen Zahlen $z_1 = 1 + 3 \cdot i$ und $z_2 = -2 + 2 \cdot i$.

a1) Stellen Sie $z_1$ und $z_2$ jeweils in Exponentialform dar. Rechnen Sie auf drei Nachkommastellen genau *(4 Punkte)*.

a2) Berechnen Sie auf drei Nachkommastellen genau:

a21) $z_1 + \overline{z_1}$, a22) $z_2^{\,2} \cdot z_1$, a23) $\dfrac{\overline{z_2}}{\overline{z_1}}$ *(je 1 Punkt)*.

b) Die Abbildung zeigt alle Lösungen von $w^k = z$.




Bestimmen Sie $z$. Rechnen Sie auf drei Nachkommastellen genau *(3 Punkte)*.

### Aufgabe 2

a) Bestimmen Sie die linear-homogene DGL mit konstanten Koeffizienten und der Lösung $f(x) = c_1 \cdot e^{2 \cdot i \cdot x} + c_2 \cdot e^{-2 \cdot i \cdot x} + c_3 \cdot e^{5 \cdot x} + c_4 \cdot e^{-5 \cdot x}$ *(2 Punkte)*.

b) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung von $f''(x) + 3 \cdot f(x) = x$ *(3 Punkte)*.

c) Lösen Sie das Anfangswertproblem $f'(x) - f(x) = e^x,\ f(0) = 0$ *(5 Punkte)*.

**Aufgabe 3**

Kreuzen Sie jeweils das Feld ☐ mit der einzigen richtigen Alternative an.

richtige Antwort: 1 Punkt falsche bzw. fehlende Antwort: 0 Punkte

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| a) | $z=\sin(1{,}5\cdot\pi)+i\cdot\cos(\pi) \quad \Leftrightarrow$ | | | |
| | $z=\sqrt{2}\cdot e^{i\cdot 135^\circ}$ ☐ | $z=\sqrt{2}\cdot e^{i\cdot 45^\circ}$ ☐ | $z=\sqrt{2}\cdot e^{i\cdot 225^\circ}$ ☐ | $z=-1+i$ ☐ |
| b) | Für $f(x)=\ln(10^x)$ $\mathbb{D}_f=]-\infty,\infty[$ gilt $f'''(x)=$ | | | |
| | $10^x\cdot(\ln 10)^3$ ☐ | $2\cdot 10^x\cdot(\ln 10)^{-3}$ ☐ | $1$ ☐ | $0$ ☐ |
| c) | Der Winkel zwischen $\vec{a}=\begin{pmatrix}\ln e\\ 2\cdot e^0\end{pmatrix}$ und der y-Achse ist $\varphi=$ | | | |
| | $26{,}565^\circ$ ☐ | $26{,}655^\circ$ ☐ | $26{,}556^\circ$ ☐ | $25{,}665^\circ$ ☐ |
| d) | Eine linear-inhomogene Differenzialgleichung ist: | | | |
| | $f''(x)=-f(x)$ ☐ | $f''(x)-x=\sqrt{x}\cdot f(x)$ ☐ | $f''(x)+\sqrt{f(x)}=x$ ☐ | $f''(x)=\sqrt{x}\cdot f(x)$ ☐ |
| e) | Die Ebene $\varepsilon:\ 2\cdot x-y+5\cdot z=8$ schneidet die x-Achse | | | |
| | an $x=-4$ ☐ | an ☐ $x=0{,}25$ | an $x=4$ ☐ | gar nicht ☐ |
| f) | Alle Extremstellen von $f(x)=\cos(x)$ $\mathbb{D}_f=\mathbb{R}$ sind $(k\in\mathbb{Z})$: | | | |
| | $x_{Ek}=2\cdot(k+1)\cdot\pi$ ☐ | $x_{Ek}=\frac{k}{2}\cdot\pi$ ☐ | $x_{Ek}=k\cdot\pi$ ☐ | $x_{Ek}=2\cdot k\cdot\pi$ ☐ |
| g) | $f'(x)=\frac{1}{x}$ ist die erste Ableitung von $f(x)=$ | | | |
| | $\sqrt{2\cdot x}$ ☐ | $2\cdot\sqrt{x}$ ☐ | $2\cdot\ln(x)$ ☐ | $\ln(2\cdot x)-2$ ☐ |
| h) | $A(1\vert 0\vert 1)$ und $B(2\vert 1\vert 0)$ haben den Abstand $d=$ | | | |
| | $\sqrt{2}$ ☐ | $\sqrt{3}$ ☐ | $2$ ☐ | $3$ ☐ |
| i) | Die Anzahl der Polstellen von $f(x)=\tan(x)$ ist: | | | |
| | unendlich ☐ | $0$ ☐ | $1$ ☐ | $2$ ☐ |
| j) | $\int_{2-a}^{a} x^2 dx=0$ für $a=$ | | | |
| | $-2$ ☐ | $-1$ ☐ | $0$ ☐ | $1$ ☐ |

*(10 Punkte)*

**Aufgabe 4**

a) Bestimmen Sie für $f(x)=\frac{x^2}{1+x^2}$ $\mathbb{D}_f=\mathbb{R}$ alle reellen vertikalen und horizontalen Asymptoten *(2 Punkte)*.

b) Bestimmen Sie für $f(x)=x^3+\frac{3}{2}\cdot x^2-\frac{9}{4}$ $\mathbb{D}_f=\mathbb{R}$ sämtliche Hoch- und Tiefpunkte *(4 Punkte)*.

c) Bestimmen Sie mit dem Newton-Verfahren die Nullstelle von $f(x)=x^3-5\cdot x^2-4\cdot x+2$ $\mathbb{D}_f=\mathbb{R}$, die zwischen $x=0,25$ und $x=0,5$ liegt, <u>auf drei Nachkommastellen genau</u> *(4 Punkte)*.

**Aufgabe 5**

a) Ein Polynom fünften Grades hat folgende Eigenschaften:

- Der Graph ist symmetrisch zum Nullpunkt.
- $W(-1|1)$ ist Wendepunkt mit der Tangentensteigung $m=3$.

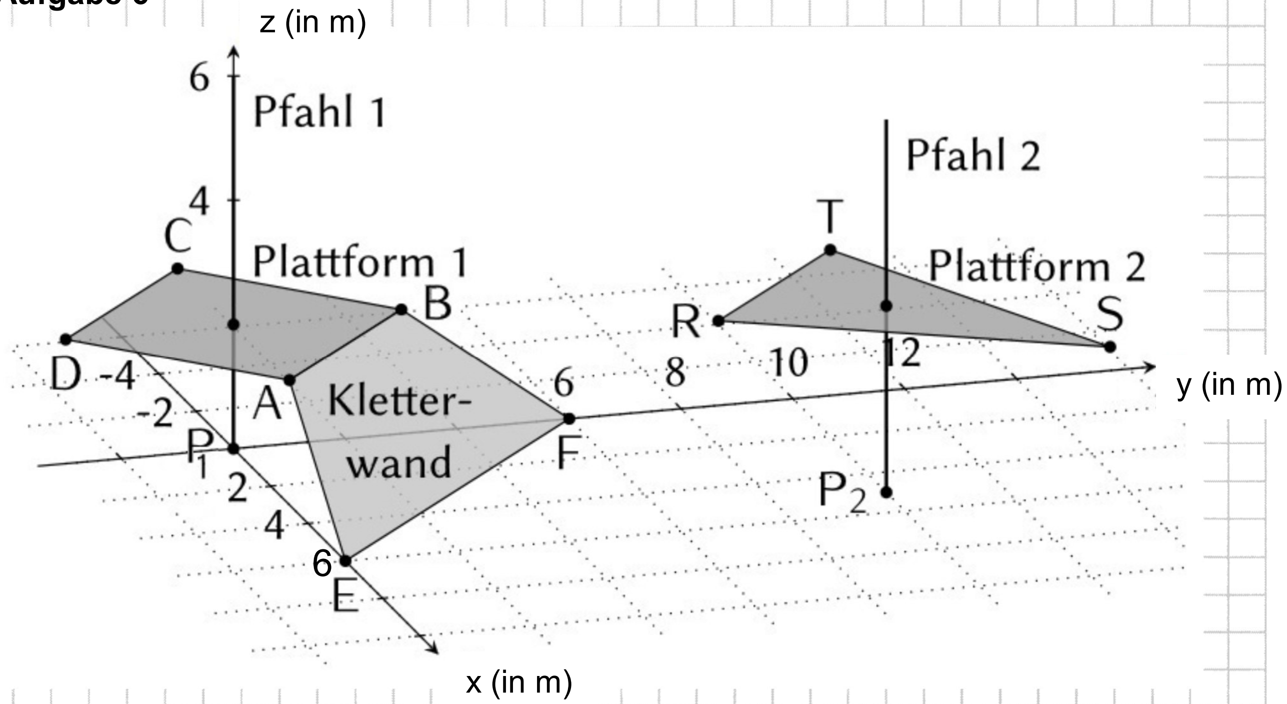
Bestimmen Sie $f(x)$ *(4 Punkte)*.

b) Berechnen Sie die folgenden Integrale auf drei Nachkommastellen genau:

b1) $\int_2^5 \frac{8}{(4\cdot x+7)^2}\,dx$ *(3 Punkte)*,

b2) $\int_0^{2\cdot\pi} 3\cdot x\cdot\sin(x)\,dx$ *(3 Punkte)*.

**Aufgabe 6**




Die Abbildung zeigt eine Kletteranlage in einem dreidimensionalen Koordinatensystem, wobei der Erdboden die x-y-Ebene darstellt. Die Koordinaten einiger wichtiger Punkte sind $A(3|0|2)$, $B(0|3|2)$, $C(-2|1|2)$, $R(5|7|3)$, $S(8|13|3)$ und $T(2|10|3)$.

a) Wie lang ist die Strecke $\overline{EF}$ auf dem Erdboden? *(2 Punkte)*

b) Plattform 1 ist rechteckig. Welche Koordinaten hat $D$? *(2 Punkte)*

c) Welchen Flächeninhalt hat Plattform 2? *(2 Punkte)*

d) Die Kletterwand ist eine Ebene $\varepsilon$.

d1) Stellen Sie eine Parameterdarstellung von $\varepsilon$ dar *(1 Punkt)*.

d2) $\varepsilon:\ 2\cdot x+2\cdot y+3\cdot z-12=0$ ist eine Koordinatenform von $\varepsilon$. Bestimmen Sie einen Normalenvektor von $\varepsilon$ *(1 Punkt)*.

d3) Wie weit ist $R$ von $\varepsilon$ entfernt? *(2 Punkte)*